



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2014/2015. ГОДИНЕ.

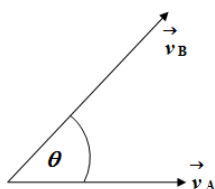


IV
РАЗРЕД

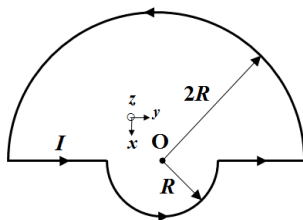
Друштво Физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ

ОПШТИНСКИ НИВО
14.02.2015.

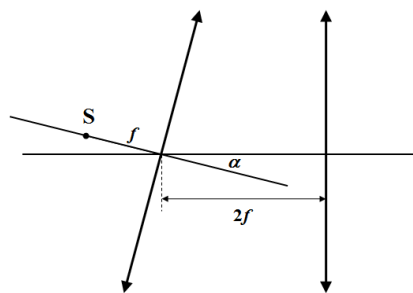
1. K^+ мезон, енергије мировања $493,7 \text{ MeV}$, се распада на мион μ^+ и мионски неутрино ν_μ ($K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$). Енергија мировања миона износи $105,7 \text{ MeV}$. Енергија мировања мионског неутрина је неодређена (мања од 170 keV) због неутринских осцилација, али се у овом проблему може узети да је једнака нули. Одредити вредности кинетичких енергија миона и мионског неутрина у односу на систем референције у ком при распаду K^+ мезон мирује. [20 поена]
2. У лабораторијском систему S , честице A и B се крећу у истој равни, униформно, релативистичким брзинама v_A и v_B , по правим линијама које заклапају угао θ (слика 1). Одредити интензитет брзине једне честице у односу на другу. [20 поена]
3. Кроз контуру чији је облик приказан на слици 2 и која се налази у ваздуху, протиче стална струја јачине $I = 10 \text{ A}$. Одредити интензитет магнетне индукције у тачки O . Магнетна пропустљивост вакуума је $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$. Сматрати да је магнетна пропустљивост ваздуха једнака магнетној пропустљивости вакуума. Полупречници кружних проводника су $R = 50 \text{ cm}$ и $2R = 100 \text{ cm}$. [20 поена]
4. Ако је E релативистичка енергија, а \vec{p} релативистички импулс честице, доказати да је величина дефинисана као $P^2 = E^2 / c^2 - \vec{p} \cdot \vec{p}$ инваријанта, тј. има исту вредност у свим референтним системима. Маса мировања честице је m , а брзина светлости у вакууму је c . [20 поена]
5. Два једнака и танка сабирна сочива, жижних даљина $f = 15 \text{ cm}$, постављена су тако да њихове оптичке осе образују угао $\alpha = 15^\circ$, а растојање између њихових центара износи $2f$ (слика 3). У жижи првог сочива је тачкасти извор светлости S . Конструисати лик тачкастог извора светлости S у датом систему сочива, и одредити растојање између извора и његовог лика добијеног од оваквог система сочива. [20 поена]



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Задатке припремили: Владимир Чубровић и др Владимир Марковић
Рецензенти: др Владимир Марковић и Владимир Чубровић
Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд
Свим такмичарима желимо успешан рад!



IV
РАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
РЕШЕЊА

ОПШТИНСКИ НИВО
14.02.2015.

1. Применом закона одржања импулса и енергије, у случају када при распаду K^+ мезон мирује, добијамо следеће једначине $p_{\mu^+} = p_{\nu_\mu}$ [3п] и $E_{\mu^+} + E_{\nu_\mu} = m_{K^+} c^2$ [3п] тј. $E_{\mu^+} = m_{K^+} c^2 - E_{\nu_\mu}$. Како је

$$E_{\mu^+}^2 = p_{\mu^+}^2 c^2 + m_{\mu^+}^2 c^4 \quad [3п] \quad \text{и} \quad E_{\nu_\mu} = p_{\nu_\mu} c \quad [2п] \quad \text{добијамо} \quad p_{\nu_\mu} = \frac{m_{K^+}^2 c^4 - m_{\mu^+}^2 c^4}{2m_{K^+} c^2} \cdot \frac{1}{c} \approx 235,5 \text{ MeV}/c \quad [2+1п].$$

Кинетичке енергије миона и мионског неутрина су редом: $T_{\mu^+} = \sqrt{p_{\mu^+}^2 c^2 + m_{\mu^+}^2 c^4} - m_{\mu^+} c^2 \approx 152,4 \text{ MeV}$ [2+1п] и $T_{\nu_\mu} = p_{\nu_\mu} c \approx 235,5 \text{ MeV}$ [2+1п].

2. Изаберимо x -осу у правцу и смеру вектора брзине честице А и вежимо систем S' за њу. У лабораторијском систему S интензитети компонената брзине честице В су редом једнаки: $v_{xB} = v_B \cos \theta$, $v_{yB} = v_B \sin \theta$ и $v_{zB} = 0$. Према релативистичком закону слагања брзина, интензитети компонената брзине

$$\text{честице В у систему } S' \text{ су редом једнаки: } v'_{xB} = \frac{v_{xB} - v_A}{1 - \frac{v_{xB} v_A}{c^2}} \quad [7п], \quad v'_{yB} = \frac{v_{yB} \sqrt{1 - \frac{v_A^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_{xB} v_A}{c^2}} \quad [7п], \quad v'_{zB} = 0 \quad [3п].$$

Интензитет брзине честице В у систему S' је $v'_B = \sqrt{(v'_{xB})^2 + (v'_{yB})^2 + (v'_{zB})^2}$ [1п], тако да користећи

$$\text{претходне релације добијамо } v'_B = \left(\sqrt{v_B^2 - 2v_B v_A \cos \theta + v_A^2 - \frac{v_A^2 v_B^2 \sin^2 \theta}{c^2}} \right) / \left(1 - \frac{v_B v_A \cos \theta}{c^2} \right) \quad [2п].$$

3. Вектор магнетне индукције у тачки О је по принципу суперпозиције једнак $\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$ [1п]. Индукција од праволинијских делова је нула $B_2 = B_3 = 0$ [1+1п]. Индукција од полукружних делова је једнака половини индукције одговарајућег кружног проводника [2п]. У центру кружног проводника

$$\text{индукција је } B = k' \frac{2\pi I}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{r} = \mu_0 \frac{I}{2r} \quad [2п], \text{ за полукружне проводнике је } B_1 = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{I}{4R} = \mu_0 \frac{I}{8R} \quad [4п]$$

$$\text{и } B_4 = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{I}{2R} = \mu_0 \frac{I}{4R} \quad [4п], \text{ па је } B_O = B_1 + B_4 = \mu_0 \frac{3I}{8R} \approx 9,42 \mu\text{T} \quad [4п+1].$$

$$\text{4. Како је } E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad [4п] \text{ и } \vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad [4п], \text{ тада је } \vec{p} \cdot \vec{p} = \frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad [2п] \text{ и } \frac{E^2}{c^2} = \frac{m^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad [2п], \text{ тако да је}$$

$$\text{величина } P^2 \text{ једнака } P^2 = \frac{E^2}{c^2} - p^2 = \frac{m^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m^2 c^2 \quad [3п]. \text{ Како су величине } m \text{ и } c \text{ инваријанте}$$

$$[2п], \text{ тада је и величина } P^2 \text{ инваријанта } [5п], \text{ тако да је } P^2 = (P')^2.$$

Други начин. Директне $(S \rightarrow S')$ и инверзне $(S' \rightarrow S)$ Лоренцове трансформације компонената импулса и енергије су: а) $p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{uE}{c^2} \right)$ [6п], $p'_y = p_y$ [2п], $p'_z = p_z$ [2п], $E' = \gamma (E - up_x)$ [6п], и б)



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2014/2015. ГОДИНЕ.



$p_x = \gamma \left(p'_x + \frac{uE'}{c^2} \right)$, $p_y = p'_y$, $p_z = p'_z$ и $E = \gamma(E' + up'_x)$, где је $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$. Компоненте импулса се трансформишу као координате положаја, а енергија се трансформише као време. У случају под а) имамо $(E'/c^2)^2 - (p')^2 = \frac{\gamma^2}{c^2}(E - up_x)^2 - \gamma^2 \left(p_x - \frac{uE}{c^2} \right)^2 - p_y^2 - p_z^2 = E^2/c^2 - p^2$ [4п]. Аналогно важи и за случај под б).

5. После преламања кроз прво сочиво светлосни зраци се крећу паралелно његовој оптичкој оси. Посматрамо два карактеристична зрака. Први зрак који пролази кроз центар другог сочива и не прелама се. Други зрак који пролази кроз жижу другог сочива и који се након преламања на њему креће паралелно са његовом оптичком осом. У пресеку та два зрака добија се лик тачкастог извора (слика) [7п].

Са слике 2 се види да је тражено растојање једнако $l = \sqrt{x^2 + y^2}$ [1п]. Са слике 2 се такође види да важе следеће релације: $x = x_1 + 2f + x_2$ [1п], $y = y_1 + y_2$ [1п], $y_2/x_2 = \operatorname{tg} \alpha$ [1п], $y_2/f = \operatorname{tg} \alpha$ [1п], $y_1/f = \sin \alpha$ [1п], $x_1/f = \cos \alpha$ [1п] тдј. $x = f(3 + \cos \alpha)$ [1п], $y = f(\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha)$ [1п], па је тражено растојање једнако $l = f\sqrt{(3 + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha)^2} \approx 60 \text{ cm}$ [3+1п].

